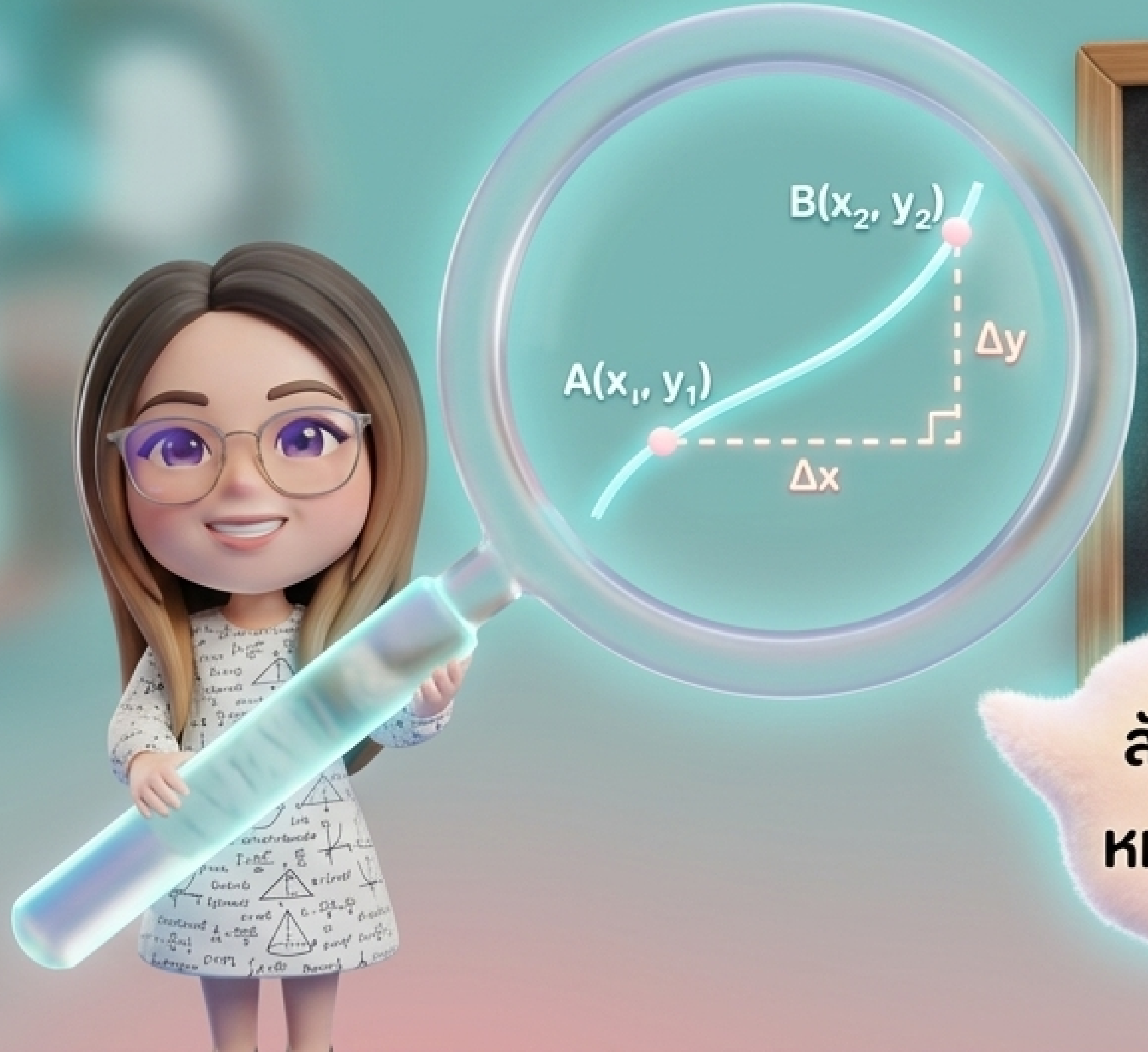
อนุพันธ์ของฟังก์ชัน (Derivatives)

จากแนวคิดทางคณิตศาสตร์สู่การประยุกต์ใช้ในวงจรไฟฟ้า

บทที่ 6
(Chapter 6)

อนุพันธ์คืออะไร?

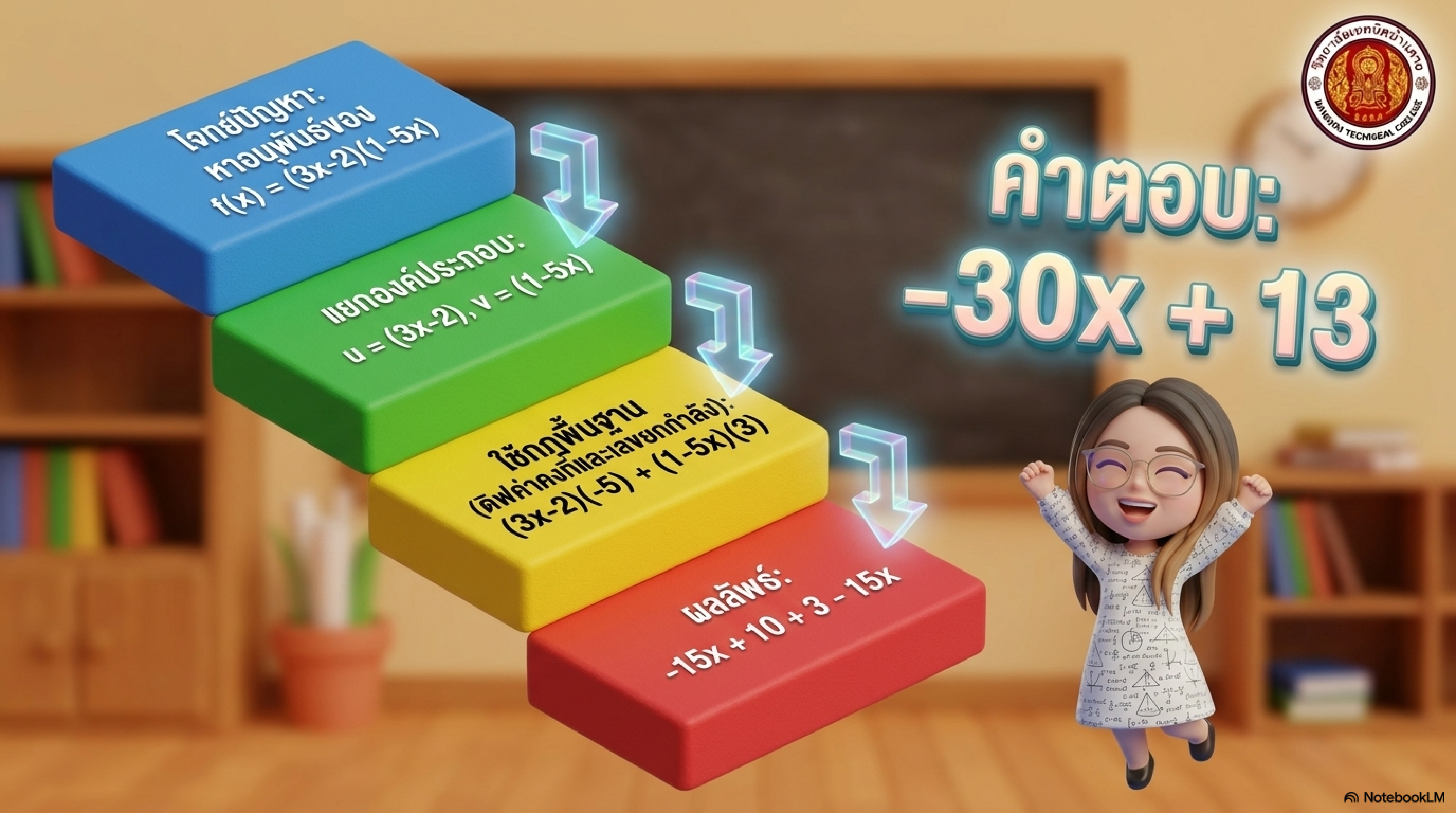
อัตราการเปลี่ยนแปลงชั่วขณะของฟังก์ชัน ณ จุดใดจุดหนึ่ง



$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

สัญลักษณ์ $\frac{dy}{dx}$ (ดีวายบายดีเอกซ์)
หมายถึง การดิฟ y เทียบกับ x นะคะ!

ชุดเครื่องมือพื้นฐาน: กฎของฟังก์ชันพีชคณิต
ดิฟค่าคงที่
ดิฟตัวแปร
ดิฟค่าคงที่คูณฟังก์ชัน
ดิฟเลขยกกำลัง
ดิฟผลบวก/ลบ
ดิฟผลคูณ
$\frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v\left(\frac{du}{dx}\right) - u\left(\frac{dv}{dx}\right)}{v^2}$
NotebookLM



โจทย์ปัญหา:
หาอนุพันธ์ของ
f(x) = (3x-2)(1-5x)
แยกองค์ประกอบ:
u = (3x-2), v = (1-5x)
ใช้กฎพื้นฐาน
(ดิฟค่าคงที่และเลขยกกำลัง):
(3x-2)(-5) + (1-5x)(3)
ผลลัพธ์:
-15x + 10 + 3 - 15x
คำตอบ:
-30x + 13
NotebookLM

ชุดเครื่องมือคลื่น: กฎฟังก์ชันตรีโกณมิติ

$$\frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\sec u) = \\ \sec u \tan u \frac{du}{dx}$$

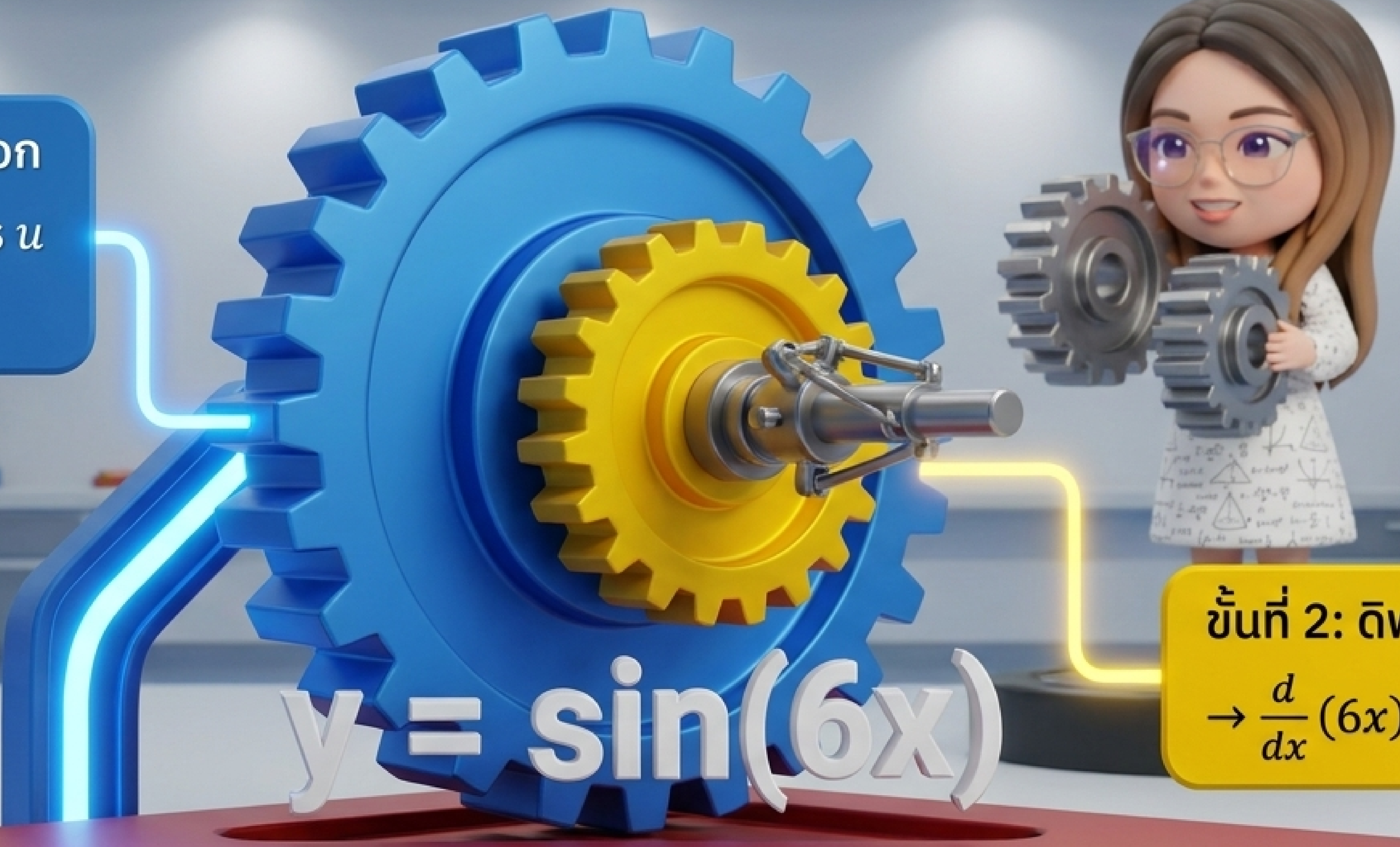
$$\frac{d}{dx}(\csc u) = \\ -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$$

กฎลูกโซ่ - การทำงานของฟังก์ชันซ้อนฟังก์ชัน

ขั้นที่ 1: ดิฟฟังก์ชันนอก

-> $\frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u$

-> ได้ cos(6x)



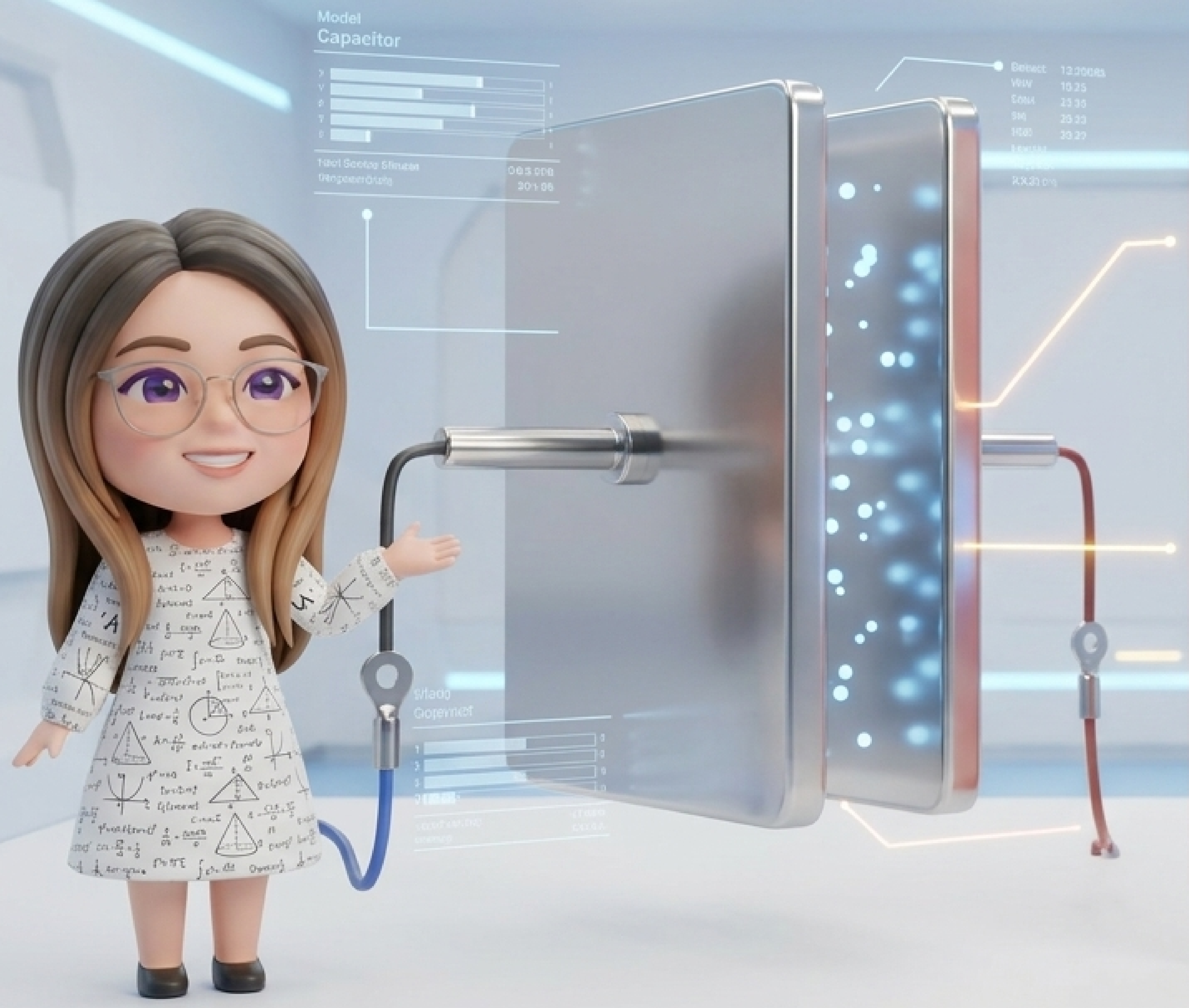
ขั้นที่ 2: ดิฟฟังก์ชันใน

$\rightarrow \frac{d}{dx}(6x) = 6(1) = 6$

จับมารวมกัน $\rightarrow \frac{dy}{dx} = \cos(6x) * 6 = 6\cos(6x)$

จุดเปลี่ยน: แล้วคณิตศาสตร์เชื่อมโยงกับความจริงได้อย่างไร?

1. ในระบบไฟฟ้า แรงดันและกระแสไม่ได้อยู่นิ่ง แต่เป็น **'ฟังก์ชันของเวลา'** (t)
2. การวิเคราะห์พฤติกรรมของอุปกรณ์กักเก็บพลังงานจึงต้องอาศัย **'อนุพันธ์'** เพื่อหา**อัตราการเปลี่ยนแปลง!**



ตัวเก็บประจุ (Capacitor)

“กระแสไฟฟ้าจะไหลผ่านได้ก็ต่อเมื่อแรงดันมีการเปลี่ยนแปลง”

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

$i(t)$ = กระแสไฟฟ้า
C = ความจุไฟฟ้า (ฟาราด)
dv/dt = อัตราการเปลี่ยนแปลงของแรงดัน

ตัวเหนี่ยวนำ (Inductor)

“แรงดันจะตกคร่อมได้ก็ต่อเมื่อ
กระแสมีการเปลี่ยนแปลง”

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

v(t)	= แรงดันตกคร่อม
L	= ความเหนี่ยวนำ (เฮนรี)
di/dt	= อัตราการเปลี่ยนแปลงของกระแส

ความสมมาตรทางธรรมชาติ (The Symmetry Matrix)

ตัวเก็บประจุ (C)

สาเหตุ: การเปลี่ยนแปลงแรงดัน (dv/dt)

ผลลัพธ์: สร้างกระแสไฟฟ้า (i(t))

สมการ: $i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$

คุณสมบัติ: แรงดันตกเปลี่ยนฉับพลันไม่ได้

ตัวเหนี่ยวนำ (L)

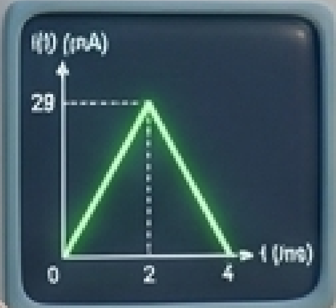
สาเหตุ: การเปลี่ยนแปลงกระแส (di/dt)

ผลลัพธ์: สร้างแรงดันไฟฟ้า (v(t))

สมการ: $v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$

คุณสมบัติ: กระแสเปลี่ยนฉับพลันไม่ได้

การประยุกต์ใช้งานจริง (Real-World Application)



วิเคราะห์กราฟ:

ได้สมการ $i(t) = 10t$

ตั้งสมการฟิสิกส์:

อุปกรณ์ตัวเหนี่ยวนำ

(L = 10 mH)

$$\rightarrow v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

ใช้คณิตศาสตร์:

$$v(t) = (10 \times 10^{-3})\frac{d(10t)}{dt}$$

→ ดิฟ 10t ได้ 10

$$\boxed{v(t) = 100 \text{ mV}}$$

บทสรุป: ชุดเครื่องมืออนุพันธ์ (Ultimate Cheat Sheet)

พีชคณิต

$$\frac{dc}{dx} = 0$$

$$\frac{d(x^n)}{dx} = nx^{n-1}$$

$$\frac{d(uv)}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

ตรีโกณมิติ

$$\frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$$

ฟิสิกส์และไฟฟ้า

Capacitor	Inductor
$i(t) = C\frac{dv}{dt}$	$v(t) = L\frac{di}{dt}$